

Herleitung des Gravitationsgesetzes

Die Kraft mit der der Mond von der Erde angezogen wird kann mit Hilfe der Radialbeschleunigung berechnet werden:

Nach dem 2. Newton'schen Grundgesetz gilt: $F = m \cdot a = m_M \frac{4\pi^2}{C_1 \cdot r_{EM}^2}$ Gl. 1.

Man kann die Konstante C_1 aus dem Kepler'schen Gesetz, die charakteristisch für die Bewegung um die Erde ist, mit den konstanten Zahlen der Formel zu einer neuen Konstanten K zusammenfassen:

$$F = m_M \frac{4\pi^2}{C_1 \cdot r_{EM}^2} = \frac{m_M \cdot K_1}{r_{EM}^2} \quad \text{Gl. 2.}$$

Außerdem weiß man wegen des 3. Newton'schen Grundgesetzes, dass der Mond die Erde mit einer gleich großen Kraft anzieht (Wechselwirkungsgesetz): $F_1 = F_2$ (Betragsgleichung) Gl. 3.

Die Kraft, mit der der Mond die Erde anzieht ist dann: $F = m_E \frac{4\pi^2}{C_2 \cdot r_{EM}^2} = \frac{m_E \cdot K_2}{r_{EM}^2}$ Gl. 4.

Dabei ist C_2 dieses mal charakteristisch für die Bewegung um den Mond. Gleichsetzen der beiden Kräfte liefert:

$$\frac{m_M \cdot K_1}{r_{EM}^2} = \frac{m_E \cdot K_2}{r_{EM}^2} \quad \text{Gl. 5.}$$

Kürzen von r^2 und Division durch die beiden Massen liefert:

$$\frac{K_1}{m_E} = \frac{K_2}{m_M} = \text{konstant} \quad \text{Gl. 6.}$$

Dieser konstante Wert wird Gravitationskonstante γ (Gamma) genannt.

Es gilt also: $K_1 = \gamma \cdot m_E$ oder $K_2 = \gamma \cdot m_M$ mit $\gamma = 6,674 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$.

Setzt man dies in die Gleichung für die Kraft (Gl. 2) ein so erhält man:

$$F = \frac{m_M \cdot K_1}{r_{EM}^2} = \frac{\gamma \cdot m_M \cdot m_E}{r_{EM}^2} \quad \text{Gl. 7.}$$

Diese Kraftgleichung gilt für alle Körper und heißt Gravitationsgesetz:

$$\boxed{F_G = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}} \quad \text{Gl. 8.}$$

Aufgabe: Berechnen Sie die Gravitationskraft a) zwischen Erde und Mond sowie b) zwischen zwei Menschen (je 60kg) im Abstand von 1m!